Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör ***2018/2019. 2. feladatsor***
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Mennyi az ötjegyű pontoskodó számok összege?

Az ötjegyű pontoskodó számokban a következő számjegyek szerepelhetnek:

- öt darab 5-ös számjegy, ebben az esetben az egyetlen szám az 55555;
- egy darab 1-es és négy darab 4-es számjegy, az ilyen típusú pontoskodó számok: 14444; 41444; 44144; 44414 és 44441;
- két darab 2-es és három darab 3-as számjegy, ezek a számok: 22333; 23233; 23323; 23332; 32233; 32323; 32332; 33223; 33232; 33322.

A fenti számokat összeadva, a kapott összeg: 533328.

2.) Hány olyan palindrom szám van, amely:

a) kétjegyű;
b) háromjegyű;
c) négyjegyű;
d) legalább 5000 és legfeljebb 9500?

a) A kétjegyű palindrom számok: 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99. **Tehát kilenc darab kétjegyű palindrom szám van.**

b) A háromjegyű palindrom számok esetében a százasok helyére 9, míg a tízesek helyére 10 lehetőség közül választhatunk. Az egyesek helyén ugyanaz a számjegy szerepel, mint a százasok helyén**. Tehát $9 \cdot 10 = 90$ háromjegyű palindrom szám van.**

c) A négyjegyű palindrom számok esetében az ezresek és egyesek helyén ugyanaz a számjegy áll (9 lehetőség közül választhatunk), míg a százasok és tízesek helyén álló számjegyek is megegyeznek (10 lehetőség közül választhatunk). **Így összesen $9 \cdot 10 = 90$ négyjegyű palindrom szám van.**

d) Ha egy palindrom szám 5000 és 9000 közé esik, akkor az ezresek helyén az 5-ös, 6-os, 7-es és 8-as számjegyek közül választhatunk (4 lehetőség), az egyesek helyére is ugyanaz a számjegy kerül. A százas helyi értéken szereplő számjegy megegyezik a tízesek helyén lévővel, ezt 10-féleképpen választhatjuk ki. Tehát 5000 és 9000 között $4 \cdot 10 = 40$ palindrom szám van. A 9000 és 9500 közötti palindrom számok: 9009; 9119; 9229; 9339 és 9449. **Tehát 5000 és 9500 között összesen 45 palindrom szám van.**

3.) Hány olyan háromjegyű természetes szám van, amelyben a számjegyek összege páratlan?

Két esetet különböztetünk meg:

- a számot alkotó számjegyek mindegyike páratlan. Ebben az esetben minden helyiérték esetében öt számjegy közül választhatunk, tehát $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ilyen szám létezik.
- a számot két páros és egy páratlan számjegy alkotja. Ha a páratlan számjegy a százasok helyén van, akkor $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ilyen szám létezik. Ha a páratlan számjegy a tízesek helyén van, akkor $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ ilyen szám van. Ha a páratlan számjegy az egyesek helyén van, akkor is $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ ilyen szám van.

Összegezve, $\mathbf{125 + 125 + 100 + 100 = 450}$ olyan háromjegyű szám van, amelyben a számjegyek összege páratlan.

4.) Hány olyan ötjegyű összeférhetetlen szám van, amelynél az őt alkotó számjegyek szorzata páratlan?

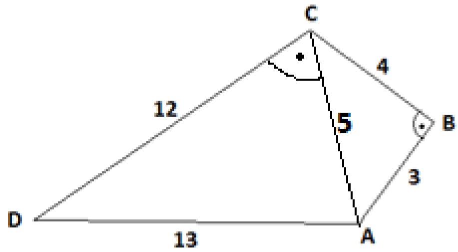
Ha a számot alkotó számjegyek szorzata páratlan, akkor a számot alkotó minden számjegy páratlan. Ugyanakkor csak két különböző számjegy közül választhatunk, egyikből három, a másikból két darab szerepel a szám felépítésében. **Így összesen $\mathbf{5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 20}$ olyan ötjegyű összeférhetetlen szám van, amelynél az őt alkotó számjegyek szorzata páratlan.**

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu e-mail: boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör **2018/2019. 2. feladatsor**
7.-8. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Az ABCD konvex négyszög AB, BC, CD és DA oldala rendre 3, 4, 12 és 13 egység, továbbá a CBA szög derékszög. Mekkora a négyszög területe?

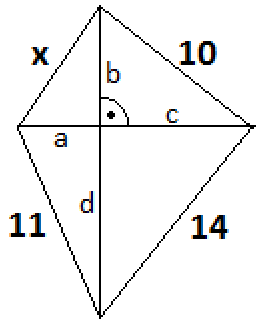


$CA^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, $CA = 5$. A DCA háromszög derékszögű, hiszen oldalaira $DC^2 + CA^2 = DA^2$ ($12^2 + 5^2 = 13^2$). **A négyszög területe** a DCA és CBA derékszögű háromszögek területének összege: 30 + 6 = **36 területegység.**

2.) Egy 10 cm sugarú körbe a lehető legnagyobb négyzetet írtuk. Mekkora a négyzet területe?

A négyzet átlója legfeljebb akkora, mint a kör átmérője. A keresett négyzet átmérője d = 20 cm. Ha a négyzet oldala „a”, akkor a Pitagorasz-tétel szerint $a^2 + a^2 = d^2 = 20^2 = 400$, tehát $a^2 = 200$. **A négyzet területe 200 cm².**

3.) Egy négyszög átlói merőlegesek egymásra és a négyszög három egymás utáni oldala rendre 10, 14 és 11 egység hosszú. Mekkora a negyedik oldal?



A merőleges átlók szakaszait az ábra szerint jelöljük a, b, c, d-vel.

$a^2 + d^2 = x^2$,
$d^2 + c^2 = 10^2$,
$c^2 + b^2 = 14^2$,
$b^2 + a^2 = 11^2$
Az első és a harmadik, ill. a második és negyedik egyenlet bal oldalainak összege megegyezik, tehát
$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = x^2 + 14^2 = 10^2 + 11^2$;
$x^2 = 25$, $x = 5$.
A negyedik oldal tehát 5 egység hosszú.

4.) Egy P pont 9 egységnyire van egy 15 egységnyi sugarú kör középpontjától. Hány P-n áthaladó, egész hosszúságú húrja van a körnek?

A P ponton át húzható legrövidebb húr az, amely merőleges OP-re, ahol O a kör középpontja. Ennek a húrnak a d hosszára a Pitagorasz-tétel szerint $\left(\frac{d}{2}\right)^2 + 9^2 = 15^2$. Így $d = 24$.
A P ponton át húzható leghosszabb húr az átmérő, ennek hossza 30 egység.
A P-n áthaladó egész hosszúságú húrok hossza 24, 25, 26, 27, 28 29 vagy 30 lehet.
P-n át egy-egy 24, ill. 30 hosszú húr húzható, míg 25, 26, 27, 28, 29 hosszú húrokból 2-2 húzható P-n keresztül.
Tehát 12 egész hosszúságú, P-n áthaladó húrja van a körnek.